

TEMA 4: DIVISIÓN Y FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS

1.- Extrae factor común en los siguientes polinomios:

- a) $15XY - 10X =$
 b) $4X^2 - 2X^3 + X =$
 c) $9XY^3Z + 36X^2Y^3Z =$
 d) $-8a^2b + 12a^3bc + 4a^2 =$
 e) $48X^5Y^2 - 24X^4Y + 36X^4Y^3 =$

2.- Desarrolla:

- a) $(5X^3 + 2)^2 =$ b) $(\frac{1}{2}X^2 - 4Y)^2 =$ c) $(6X + 1) \cdot (6X - 1) =$
 d) $(X^2 + X^3)^2 =$ e) $(3X^6 - 5)^2 =$ f) $(4a - 3b^5) \cdot (4a + 3b^5) =$

3.- Expresa estos polinomios como una igualdad notable:

- a) $x^2 - 4$ b) $x^2 + 8x + 16$ c) $4x^2 - 20x + 25$ d) $9x^2 - 36$

4.- Desarrolla y reduce las siguientes expresiones:

- a) $(x-2)(x+2) - (x^2+4) + 5$ b) $(3x-1)^2 - (3x+1)^2$ c) $5x^2 - 2(3x-4)^2 - 3(2x+5)(2x-5)$

5.- Efectúa la siguiente división: $(x^5 - 7x^4 + x^3 - 8) : (x^2 - 3x + 1)$

6.- Calcula el valor de k para que el polinomio $P(x) = 9x^3 - 27x^2 + 26x + k$ sea múltiplo de $Q(x) = 3x^2 - 4x + 2$

7.- Realiza las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini:

- a) $(2x^4 - 5x^3 - 7x - 6) : (x - 3)$
 b) $(x^6 - x^4 + 2x^2) : (x - 1)$
 c) $(x^3 - 2x^2 + \frac{1}{12}x - \frac{1}{6}) : (x - 2)$

8.- Indica si $x = -1$ y $x = \frac{1}{2}$ son raíces del polinomio $P(x) = 6x^3 - 5x^2 - 3x + 2$

9.- Calcula el resto de las divisiones sin realizarlas.

- a) $(2x^3 - x^2 - 2x + 8) : (x + 2)$
 b) $\frac{x^9 - x^6 - x^3 + x}{x+1}$

10.- Calcula el valor de k para que la siguiente división sea exacta: $\frac{x^4 - x^3 - x - k}{x+3}$

11.- Calcula el valor de k para que el polinomio $P(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{1}{2}x + k$ sea divisible entre el polinomio $Q(x) = x + 2$

12.- Calcula el valor de k para que el resto de la división:

$$\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 2x - 2k\right) : (x + 1) \text{ valga } \frac{2}{3}$$

13.- Comprueba si $x + 1$ y $x - 2$ son factores del polinomio $P(x) = 3x^3 - x^2 + 2x + 6$

14.- ¿Qué valor debe tener k para que el binomio $(x - 3)$ sea un factor del polinomio

$$P(x) = -x^3 - 2x^2 + 3x - k ?$$

15.- Calcula las raíces de los polinomios y factorízalos.

a) $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

b) $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 7x - 4$

16.- Factoriza los siguientes polinomios e indica cuáles son sus raíces:

a) $P(x) = x^4 - 16$

b) $P(x) = -2x^3 - 8x$

c) $P(x) = x^2 - 10x + 25$

d) $P(x) = x^3 - 2x^2 - 7x - 4$

e) $P(x) = 9x^4 + 6x^3 + x^2$

f) $P(x) = x^3 - 3x - 2$

g) $P(x) = x^5 - x$

h) $P(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

i) $P(x) = x^4 + 5x^3 + 3x^2 - 9x$

17.- Indica si estas expresiones son fracciones algebraicas, en el caso que lo sean calcula su valor numérico para $x = 0$ y $x = -1$

a) $\frac{x^4 - 5x + \sqrt{7x^3}}{x+4}$

b) $\frac{x^5 + 3x^{-2} + 4}{6x}$

c) $\frac{x^3 - 2x^2 - x}{-x^5 + \sqrt{3}}$

18.- Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{3x^2 - 9x^3}{15x^3 - 3x^4}$

b) $\frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25}$

c) $\frac{x+3}{x^2 + 6x + 9}$

d) $\frac{4x^2 - 1}{6x + 3}$

e) $\frac{x^3 + x^2 + 21x + 18}{x^2 + 5x + 6}$

19.- Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

a) $\frac{3}{x-2} + \frac{2x-1}{x+1}$

b) $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x^2+3}{x-1}$

c) $\frac{x+3}{(x+2)^2} - \frac{2x-5}{x+2}$

d) $\frac{1}{x} + \frac{x+1}{x^2} - \frac{2x^2-6}{2x^3}$

e) $\frac{x-3}{x^2} \cdot \frac{x(x+3)}{x-3}$

f) $\frac{2x+4}{x^2} \cdot \frac{x+3}{x+2}$

g) $\frac{1}{8x^3} : \frac{4x+2}{3x^5}$

h) $\frac{x+2}{x} : \left(\frac{x+2}{3} \cdot \frac{x}{2x+1}\right)$